Программа курса "Численные методы"
лектор Арушанян И.О.

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный многочлен Лагранжа, оценка остаточного члена.
2. Многочлены Чебышева и их свойства.
3. Минимизация погрешности остаточного члена интерполяционной формулы.
4. Численное дифференцирование. Примеры построения формул численного дифференцирования.
5. Вычислительная погрешность формул численного дифференцирования. Правило Рунге практической оценки формул численного дифференцирования.
6. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса. Оценка погрешности простейших квадратурных формул.
7. Понятие об ортогональных многочленах. Квадратуры Гаусса и оценка их погрешности.
8. Составные квадратурные формулы. Оценка главного члена погрешности.
9. Правило Рунге практической оценки погрешности численного интегрирования. Алгоритмы с автоматическим выбором шага.
10. Теорема Чебышева. Единственность многочлена наилучшего равномерного приближения. Примеры наилучшего равномерного приближения.
11. Дискретное преобразование Фурье. Быстрое преобразование Фурье.
12. Интерполяция и приближение сплайнами.
13. Нормы векторов и матриц. Подчиненные и согласованные нормы.
14. LU-разложение симметричных и несимметричных матриц.
15. QR-разложение матриц методами отражений и вращений. Приведение матриц к почти треугольной форме ортогональными преобразованиями подобия.
16. Решение систем линейных алгебраических уравнений и обращение матриц на основе LU-,QR-разложения. Метод прогонки.
17. Число обусловленности матриц. Оценка относительной ошибки в решении системы линейных алгебраических уравнений вследствие возмущения в матрице и правой части системы.
18. Сингулярное разложение матриц. Решение переопределенных систем линейных алгебраических уравнений.
19. Метод наименьших квадратов. Нормальные системы. Псевдообратные матрицы. Оценка относительной ошибки решения нормальных систем.
20. Применение сингулярного разложения для решения линейной задачи наименьших квадратов.
21. Метод простой итерации решения систем линейных алгебраических уравнений. Необходимые и достаточные условия сходимости.
22. Оптимизация скорости сходимости метода простой итерации для симметричных положительно определенных матриц.
23. Оптимальный n-шаговый итерационный процесс для систем с симметричными положительно определенными матрицами.
24. Метод скорейшего спуска решения систем линейных алгебраических уравнений.
25. Метод Зейделя решения линейных систем. Достаточное условие сходимости.
26. Сходимость неявных итерационных методов. Метод верхней релаксации.
27. Итерационные методы со спектрально эквивалентными операторами.
28. Численные методы решения нелинейных уравнений. Метод простой итерации. Метод касательных. Вычисление кратных корней.
29. Численные методы решения систем нелинейных уравнений. Метод Ньютона.
30. Метод Эйлера решения задачи Коши для ОДУ. Локальная и глобальная погрешность метода.
31. Явные методы Рунге-Кутта решения задачи Коши для ОДУ. Примеры.
32. Практические способы оценки погрешности явных методов Рунге-Кутта решения задачи Коши для ОДУ. Способы автоматического выбора шага.
33. Устойчивость численного решения ОДУ. Условная устойчивость явных методов Рунге-Кутта. Простейшие неявные методы. Понятие жестких систем ОДУ.
34. Экстраполяционные и интерполяционные методы Адамса.
35. Оценка погрешности простейшего метода решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка.
36. Метод стрельбы и метод прогонки решения краевой задачи для ОДУ второго порядка.
37. Решение линейной краевой задачи для системы ОДУ.
38. Метод Ритца решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
39. Метод Бубнова-Галеркина решения краевой задачи для дифференциального уравнения второго порядка и его вариационно-разностный вариант.
40. Простейшие разностные схемы для уравнений с частными производными. Определения аппроксимации, устойчивости, сходимости. Теорема Филиппова о связи аппроксимации, устойчивости и сходимости.
41. Спектральный признак устойчивости. Примеры его применения для исследования разностных методов задачи Коши для гиперболического уравнения и явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности.
42. Исследование устойчивости явной и неявной разностной аппроксимации уравнения теплопроводности в равномерной метрике.
43. Схема с весами для уравнения теплопроводности.
44. Оценка устойчивости разностной аппроксимации уравнения Пуассона.
45. Собственные функции дискретного оператора Лапласа.
46. Численный метод решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике с использованием быстрого преобразования Фурье.
47. Построение разностной схемы четвертого порядка точности для решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольнике. Итерационный метод решения.